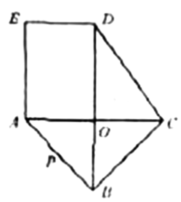
质上是结合题意构造适合题意的直观模型，然后将问题利用模型直观地作出判断，这样减少了抽象性，避免了因考虑不全而导致解题错误，由于长方体或正方体中包含了线线、线面的平行与垂直等各种位置关系，故可构造长方体或正方体来判断空间直线、平面间的位置关系，2009 年全国课标卷进行了这方面的考查.

热点五、线面角的求解问题

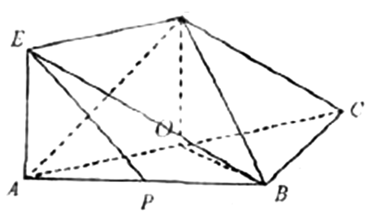
线面角的求解问题在近三年高考中有两年进行了考查，高考中多以棱锥、柱体等常见的几何体为载体设置题目，一般出现在解答题的第（2）小问.

例 14. 在五边形 $ABCDE$ 中（图一），BD 是 AC 的垂直平分线，O 为垂足.$ED\parallel AC$，$AE\parallel BD$，$AB\perp BC$，P 为 AB 的中点.沿对角线 AC 将四边形 $ACDE$ 折起，使平面 $ACDE$ 平面 ABC（图二）.

（1）求证：$PE\parallel$平面 DBC；



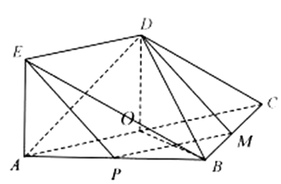
图一



图二

（2）当 $AB=\sqrt{2}\,AE$时，求直线 DA 与平面 DBC 所成角的正弦值.

解析：（1）M 设为 BC 中点，连 PM，DM 依题意，$ED\underset{=}{\parallel}\frac{1}{2}AC$.



$\because$ P、M 分别为 AB、BC 的中点，$\therefore PM\underset{=}{\parallel}\frac{1}{2}AC$.

$\therefore ED\underset{=}{\parallel}PM$，

$\therefore$ 四边形 $PMDE$ 为平行四边形，$\therefore EP\parallel DM$.

又 $DM\subsetneq$平面 DBC，$PE\not\subseteq$平面 DBC，

$\therefore PE\parallel$平面 DBC.

（2）解法一：$\because AB=\sqrt{3}\,AE$，设 $AE=1$，则 $AB=\sqrt{2}$.由题意可知四边形 $AODE$ 为正方形.

在平面 $ACDE$ 中，过点 O 作 $OH\parallel AD$，交 CD 于点 H.

$\therefore OH$ 与平面 DBC 所成的角即为直线 DA 与平面 DBC 所成的角.

连接 OM，由题意可得 $OM\perp BC$，从而可知 $BC\perp$平面 ODM.

过点 O 作 $OG\perp DM$ 于点 G，连接 HG，可知 $OG\perp$平面 ODM.

$\therefore\angle OHG$ 即为 OH 与平面 DBC 所成的角.

由题意可得 $OG=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$OH=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore\sin\angle OHG=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

$\therefore$ 直线 DA 与平面 DBC 所成的角的正弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$.

解法二：以点 O 为原点，直线 OA、OB、OD 所在直线分别为 x，y，z 轴，建立如图 20 所示的空间直角坐标系，不妨设$|AE|=2$，则 $A(2,0,0)$、$B(0,2,0)$、$C(-2,0,0)$、$D(0,0,2)$、$E(2,0,2)$、$P(1,1,0)$，所以$\overrightarrow{DA}=(2,0,-2)$、$\overrightarrow{BC}=(-2,-2,0)$、$\overrightarrow{DB}=(0,2,-2)$.

设平面 PBC 的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，则由

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DB}=0,\end{cases}$ 得$\begin{cases}x+y=0,\\ y-z=0,\end{cases}$

令 $x=1$，则 $y=z=-1$，

$\therefore\vec{n}=(1,-1,-1)$.

$\cos<\overrightarrow{DA},\vec{n}>=\frac{\overrightarrow{DA}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{DA}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

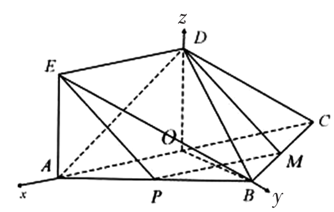


图 20

$\therefore$ 直线 DA 与平面 DBC 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$.

点评：本题主要考查空间中线面平行的证明及线面角的正弦值的求解等知识，考查考生的空间想象能力及运算求解能力，解答题一般遵循先证明后计算的原则，融推理与计算之中.突出对各种思想及各种方法的考查.证明直线与平面的平行可以利用向量的方法进行，即证明直线与平面的法向量垂直，解决空间角问题可以利用空间直角坐标系结合平面的法向量进行求解.近十年来有 2016 新课标全国卷Ⅲ、2015 新课标全国卷Ⅱ，2013 新课标全国卷Ⅰ，2010 新课标全国卷，2008 新课标全国卷均在解答题中对直线与平面所成角作了考查.

热点六、二面角的求解问题

二面角的求解问题，高考中多以棱锥、柱体、棱台、圆台、不规则几何体以及由平面图形通过翻折得到的几何体为载体进行考查，考查的频率极高，多在第（2）问中进行考查，可以直接进行考查，也可以以探究性问题的形式进行考查.

例 15. 如图，四棱锥 S–$ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，$\angle ADC=60°$，$SA=1$，$AB=2$，$SB=\sqrt{3}$，平面 $SAB\perp$底面 $ABCD$，直线 SC 与底面 $ABCD$ 的所成角为 $60°$.

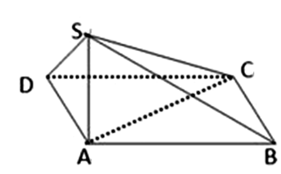


图 21

（1）证明：平面 $SAD\perp$